

Name:.....Vorname: .....Klasse: .....

Sie haben 90 Minuten Zeit. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein, dazu gehört: Die gesuchte Variable ist klar gekennzeichnet, die Gleichungen sind vorhanden und sauber gelöst und am Schluss steht ein Antwortsatz.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Total
Punkte	4	4	4	4	4	4	2	26

1. Bestimmen Sie die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  der Funktion  $f : x \rightarrow f(x) = y$ .

a)  $y = \frac{x}{x-3}$    b)  $y = \frac{1}{x^2+3}$    c)  $y = \sqrt{9-x^2}$    d)  $y = \sqrt{x-2}$

2. Bestimmen Sie den Grenzwert der Funktion  $f : x \rightarrow f(x) = y$  für  $x \rightarrow \infty$ .

a)  $y = 3^{-x}$    b)  $y = \frac{x^2+1}{x^2+2}$    c)  $y = \sqrt{x^2-4}$    d)  $y = \frac{(2x-1)^2}{2x^2+1}$

3. Bilden Sie den Differenzenquotienten der Funktion  $f : x \rightarrow f(x) = y$  in der Umgebung von  $x = a$  und bringen Sie ihn erstens in eine möglichst einfache Form und zweitens ermitteln Sie den Differentialquotienten der Funktion an der Stelle  $x = a$ .

a)  $y = \frac{1}{x}$    b)  $y = (2x+1)^2$

4. Bestimmen Sie die 1. Ableitungsfunktion  $f' : x \rightarrow f'(x) = y$  der Funktion  $f : x \rightarrow f(x) = y$  mit den Ableitungsregeln.

a)  $f : y = x^2 + 3$    b)  $f : y = 2x^3$    c)  $f : y = \frac{x}{x-2}$    d)  $f : y = \frac{x-2}{x}$

5. Wie heisst die lineare Gleichung der Tangente im Kurvenpunkt P?

a)  $y = x^2, P = (2, y_p)$    b)  $y = \frac{x^2}{2} - x, P = (1, y_p)$

c)  $y = x^3 + 2x, P = (-2, y_p)$    d)  $y = \frac{x+3}{2x}, P = (1, y_p)$

6. Der Graph der Funktion  $f$  ist auf der Rückseite dargestellt. Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion  $f'$ .

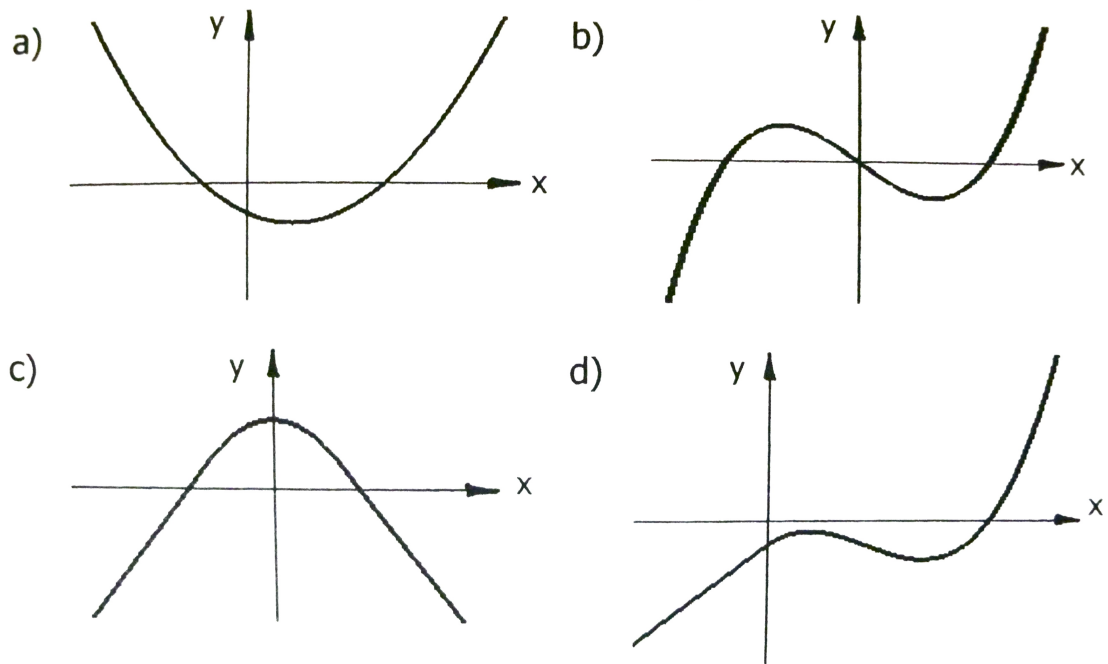


Abbildung 1: Darstellungen der Graphen für die Aufgabe 6.

7. Zu einer der wichtigsten Anwendungen der Differentialrechnung in der Physik: Die Funktion, welche die Zeit gegen die Position aufzeichnet sei  $x(t)$ . (a) Beweisen Sie, dass die erste Ableitung dieser Positionsfunction,  $x'(t)$ , die Geschwindigkeitsfunction,  $v(t)$ , in Abhängigkeit der Zeit ist. Hilfe: Man schreibe den Differenzialquotienten inklusive der Sorten [km] für die Position und [h] für die Zeit und argumentiere mit physikalischen Grundkenntnissen. (b) Was ist die erste Ableitung der Geschwindigkeitsfunction (beziehungsweise die zweite Ableitung der Positionsfunction)?

Fakultative Beschäftigung für schnellere: Berechne die vierte Ableitung der Cosinusfunction,  $\cos(x)''''$ .