

Name:.....Vorname:Klasse:

Sie haben 90 Minuten Zeit. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein, dazu gehört: Die gesuchte Variable ist klar gekennzeichnet, die Gleichungen sind vorhanden und sauber gelöst und am Schluss steht ein Antwortsatz.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Total
Punkte	4	4	4	4	4	4	2	26

1. Bestimmen Sie die Definitionsmenge \mathbb{D} der Funktion $f : x \rightarrow f(x) = y$.

a) $y = \frac{x}{x-3}$ b) $y = \frac{1}{x^2+3}$ c) $y = \sqrt{9-x^2}$ d) $y = \sqrt{x-2}$

2. Bestimmen Sie den Grenzwert der Funktion $f : x \rightarrow f(x) = y$ für $x \rightarrow \infty$.

a) $y = 3^{-x}$ b) $y = \frac{x^2+1}{x^2+2}$ c) $y = \sqrt{x^2-4}$ d) $y = \frac{(2x-1)^2}{2x^2+1}$

3. Bilden Sie den Differenzenquotienten der Funktion $f : x \rightarrow f(x) = y$ in der Umgebung von $x = a$ und bringen Sie ihn erstens in eine möglichst einfache Form und zweitens ermitteln Sie den Differentialquotienten der Funktion an der Stelle $x = a$.

a) $y = \frac{1}{x}$ b) $y = (2x+1)^2$

4. Bestimmen Sie die 1. Ableitungsfunktion $f' : x \rightarrow f'(x) = y$ der Funktion $f : x \rightarrow f(x) = y$ mit den Ableitungsregeln.

a) $f : y = x^2 + 3$ b) $f : y = 2x^3$ c) $f : y = \frac{x}{x-2}$ d) $f : y = \frac{x-2}{x}$

5. Wie heisst die lineare Gleichung der Tangente im Kurvenpunkt P?

a) $y = x^2, P = (2, y_p)$ b) $y = \frac{x^2}{2} - x, P = (1, y_p)$

c) $y = x^3 + 2x, P = (-2, y_p)$ d) $y = \frac{x+3}{2x}, P = (1, y_p)$

6. Der Graph der Funktion f ist auf der Rückseite dargestellt. Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion f' .

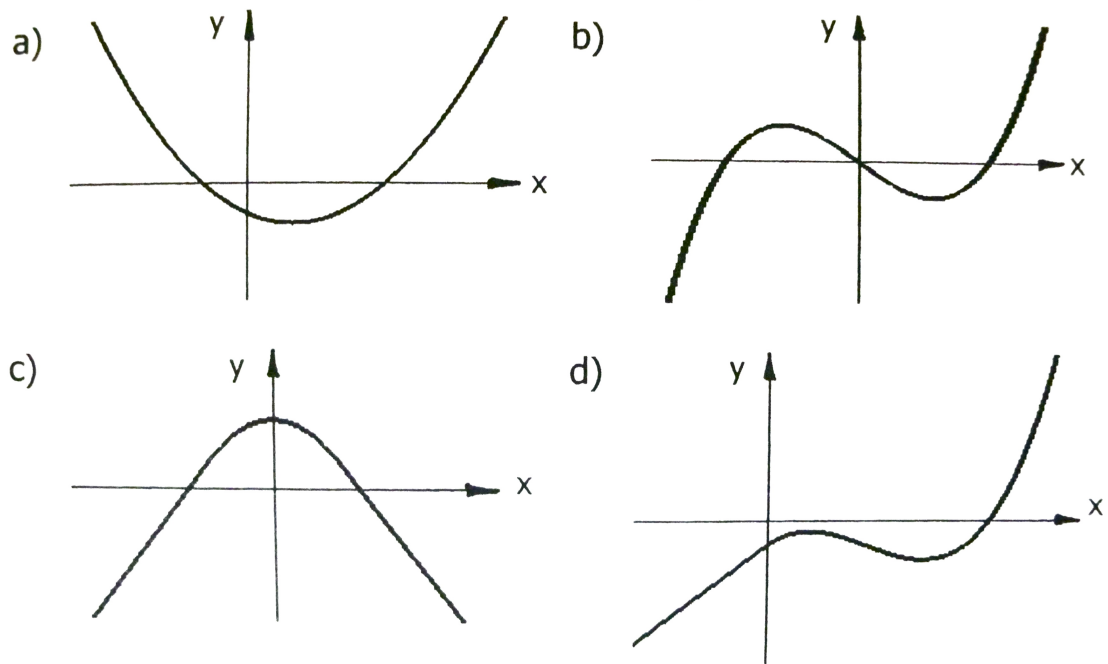


Abbildung 1: Darstellungen der Graphen für die Aufgabe 6.

7. Zu einer der wichtigsten Anwendungen der Differentialrechnung in der Physik: Die Funktion, welche die Zeit gegen die Position aufzeichnet sei $x(t)$. (a) Beweisen Sie, dass die erste Ableitung dieser Positionsfunction, $x'(t)$, die Geschwindigkeitsfunction, $v(t)$, in Abhängigkeit der Zeit ist. Hilfe: Man schreibe den Differenzialquotienten inklusive der Sorten [km] für die Position und [h] für die Zeit und argumentiere mit physikalischen Grundkenntnissen. (b) Was ist die erste Ableitung der Geschwindigkeitsfunction (beziehungsweise die zweite Ableitung der Positionsfunction)?

Fakultative Beschäftigung für schnellere: Berechne die vierte Ableitung der Cosinusfunction, $\cos(x)''''$.