

ÜBUNGEN

KALKÜL MIT DER UNGENAUIGKEIT

- 4K -

Kantonsschule Grindelwald

Aufgabe 1 :

Von einem Zylinder wurde der Durchmesser $D = 4.84 \pm 0.01$ cm, die Höhe $h = 6.74 \pm 0.01$ cm und durch Wägung die Masse $m = 968.5 \pm 0.1$ g bestimmt.

- a) Wie gross ist die Schranke für den absoluten und relativen Fehler für die Dichte ρ des Zylinders?
- b) Welchen Fehler kann man vernachlässigen?
- c) Wie gross ist der maximale Fehler für ρ ?

Aufgabe 2 :

Ein Hohlzylinder hat den äusseren Radius $r_1 \approx 10$ cm, den inneren Radius $r_2 \approx 8$ cm und die Höhe $h \approx 12$ cm. Mit welchen absoluten Fehlern dürfen diese drei Grössen gemessen werden, damit der relative Maximalfehler des Volumens höchstens $\pm 2\%$ beträgt?

Allgemeine Annahme : Die Fehler in den Messungen sollen je zu einem $\frac{1}{n}$ -Teil zum gesamtten absoluten Fehler beitragen (Beispiel : Drei Messungen \Rightarrow jede Messung trägt $\frac{1}{3}$ zum Gesamtfehler bei).

Aufgabe 3 :

Zur Bestimmung der nicht messbaren Strecke \bar{AB} wurde ein Hilfspunkt C gewählt, und dann wurden die Strecken \bar{AC} , \bar{BC} und der Winkel γ gemessen. Wie gross ist die Strecke \bar{AB} und der absolute Maximalfehler wenn gilt :

$$\bar{AC} = 402.35 \pm 0.05 \text{ m}$$

$$\bar{BC} = 364.76 \pm 0.05 \text{ m}$$

$$\cos\gamma = 0.37327 \pm 0.00008 \text{ (Radmass)}$$

Aufgabe 4 :

Man berechne die Wertschranke des formalen Ausdrucks A_i :

$$A_1 = \frac{2a^2bc}{(b+c)^2}$$

$$A_2 = \frac{a^2c - b^2c}{2a^2 - ab - 3b^2}$$

$$A_3 = \frac{a(1-b)^3}{2c}$$

$$\text{für } a = 3.02 \pm 0.0800 \quad b = 1.03 \pm 0.0400 \quad c = -0.0300 \pm 0.0040$$

Dabei sind die Formeln A_i exakt!

Aufgabe 5 :

Die Zahl π werde durch die Näherungswerte $z_1 = \frac{22}{7}$ und $z_2 = \frac{355}{113}$ ersetzt.

- Wie gross sind die wahren Fehler von z_1 und z_2 (auf 2 signifikante Stellen genau)?
- Welchen Fehler erhält man für die Fläche eines Kreises mit dem Radius $r = 5$ cm, wenn man mit z_1 bzw. z_2 rechnet?

Aufgabe 6 :

Berechnen Sie die absoluten und relativen Fehlerschranken der Anziehungskraft F zwischen Sonne und Erde, wenn gilt :

$$F = \Gamma \frac{M_s M_e}{r^2}$$

$$M_e = 5.976 \cdot 10^3 \text{ kg} \quad M_s = 333.1 \cdot 10^3 M_e \quad r = 149.6 \cdot 10^6 \text{ km} \quad \Gamma = 6.670 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Aufgabe 7 :

Aus der Länge $l = 118.5 \text{ cm}$ und der Schwingungsdauer $T = 2.180 \text{ s}$ eines mathematischen Pendels soll die Erdbeschleunigung g berechnet werden. Wie genau müssen l und T bestimmt werden, damit der absolute Maximalfehler von g nicht mehr als $\pm 1 \text{ cm s}^{-2}$ beträgt?

Es gilt für kleine Auslenkungen :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Aufgabe 8 :

- Berechnen Sie die Fehlerschranken für den absoluten und relativen Fehler von Q_i .
- Berechnen Sie die Wertschranken für Q_i und das Resultat.

$$Q_1 = \frac{2a^2 - b^2}{5c \cdot 3ab}$$

$$Q_2 = 3a^5 \cdot 2b^2 + \frac{3ab}{22b^2}$$

Wobei :

$$a = -2.2 \pm 0.2$$

$$b = 3.1 \pm 0.3$$

$$c = 4.3 \pm 0.4$$